公立入試対策　一次関数

例題：次の各問いに答えなさい。

＜パターンⅠ＞

(ｱ) $y=3x+5$ が 点 $(2, m)$ を通るとき m の値を求めなさい。

(ｲ) $y=-2x+3$ と $x=2$ の交点の座標を求めなさい。

(ｳ) $y=3x-1$ が 点 $(n, 11)$ を通るとき n の値を求めなさい。

(ｴ) $y=2x-5$ と $y=3$ の交点の座標を求めなさい。

(ｵ) $y=-x+5$ が x 軸と交わる点の座標を求めなさい。

(ｶ) $y=5x+6$ が y 軸と交わる点の座標を求めなさい。

＜パターンⅡ＞

(ｱ) 直線 $y=3x-2$ と直線 $y=-2x+5$ の交点の座標を求めなさい。

(ｲ) 直線 $y=x+5$ と直線 $y=-\frac{1}{2}x+2$ の交点の座標を求めなさい。

(ｳ) 直線 $y=2x+8$ と直線 $y=x^2$ の交点の座標を求めなさい。

＜パターンⅢ＞

(ｱ) $y=2x$ と平行で $(2, 7)$ を通る直線の式を求めなさい。

(ｲ) 傾きが -2 で、点 $(1, 4)$ を通る直線の式を求めなさい。

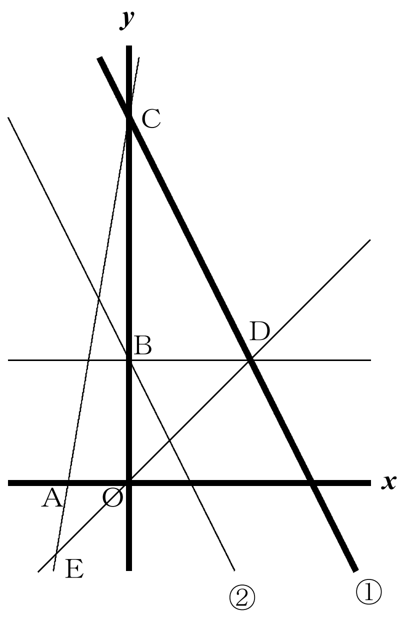
(ｳ) 切片が 4 で、点 $(3, -2)$ を通る直線の式を求めなさい。

(ｴ) ２点 $(2, 3), (6, 5)$ を通る直線の式を求めなさい。

(ｵ) ２点 $(1, 2), (3, 4)$ 間の距離を求めなさい。

過去問：次の各問いに答えなさい。

(5) 右の図において、点Oは原点で、２点A，Bの座標は、それぞれA$(-1, 0)$，B$(0, 2)$である。直線①の式は$y=-2x+6$であり、点Cは直線①とy軸との交点である。また点Dは、点Bを通りx軸に平行な直線と直線①との交点である。さらに、点Eは、２点A，Cを通る直線と、２点O，Dを通る直線との交点である。このとき次の問いに答えなさい。

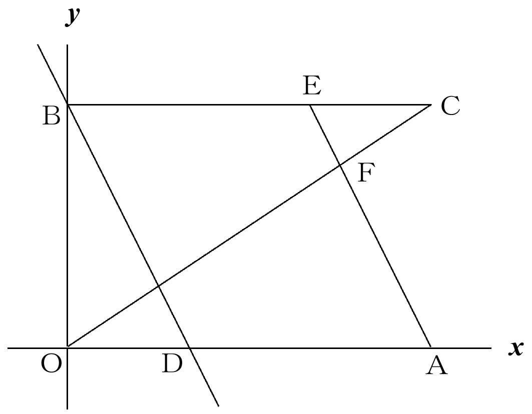


(ｱ) 点Bを通り、直線①に平行な直線②の式を求めなさい。

(ｲ) 点Eの座標を求めなさい。

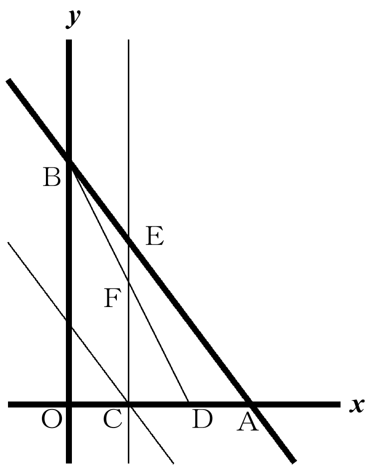
(3) 図において，４点O，A，B，Cの座標はそれぞれO$(0,0)$，A$(3,0)$，B$(0,2)$，C$(3,2)$である２点D，Eはそれぞれ線分OA，BC上にあり，OD：DA＝１：２，BE：EC＝２：１である。線分OCと線分AEとの交点をFとするとき，次の問いに答えよ。

(ｱ) ２点B，Dを通る直線の式を求めよ。



(ｲ) 点Fの座標を求めよ。

(2) 右の図において，２点Ａ，Ｂは直線 $y=-\frac{4}{3}x+4$ が x 軸，y 軸とそれぞれ交わる点である。原点をＯとし，線分ＯＡを３等分する点を原点に近い方から順にそれぞれＣ，Ｄとする。また，点Ｅは，点Ｃを通り y 軸に平行な直線と直線ＡＢとの交点であり，点Ｆは線分ＢＤと直線ＥＣとの交点である。このとき，次の問いに答えよ。



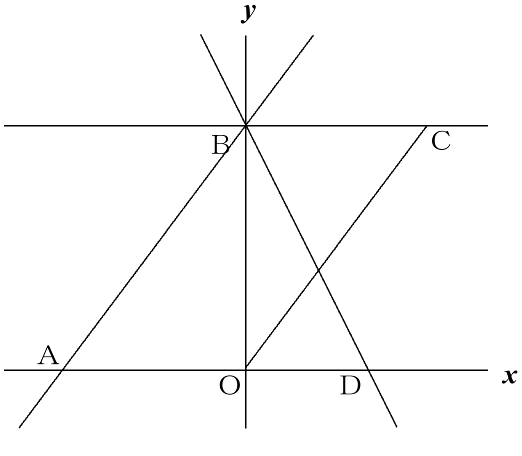
(ｱ) 点Ｃを通り，直線ＡＢに平行な直線の式を求めよ。

(ｲ) 点Ｆの座標を求めよ。

(1) 右の図において，２点Ａ，Ｂは直線 $y=\frac{4}{3}x+4$ が x 軸，y 軸とそれぞれ交わる点でる。点Ｃは，点Ｂを通り x 軸に平行な直線上にあり，その x 座標は正である。また，点Ｄは x 軸上にあり，その x 座標は点Ａの x 座標より大きい。原点をＯとして，次の問いに答えよ。

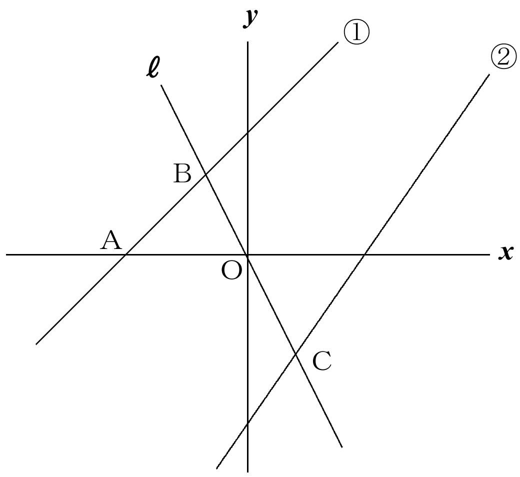
(ｱ) 四角形ＢＡＯＣが平行四辺形であるとき，点Ｃの座標を求めよ。

(ｲ) ＡＤ＝ＡＢのとき，
２点Ｂ，Ｄを通る直線の式を求めよ。



(62) 右の図において，直線①，②はそれぞれ関数 $y = x + 6$，$y = \frac{6}{5}x - 8$ のグラフである。点Oは原点であり，点Aは直線①と x 軸との交点である。また，点Bは直線①上にあり，x 座標は -2 である。２点B，Oを通る直線 ℓ と直線②との交点をCとするとき，次の問いに答えよ。

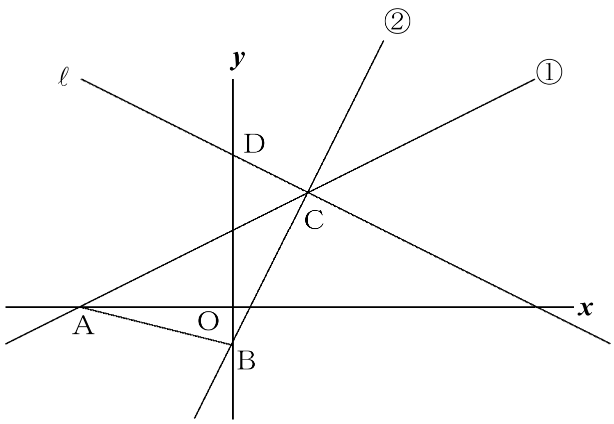
(ア) ２点A，B間の距離を求めよ。



(イ) 点Cの座標を求めよ。

(61) 左の図において，直線①，②は、それぞれ $y = \frac{1}{2}x + 2$，$y = 2x - 1$ のグラフである。点Aは直線①と x 軸との交点，点Bは直線②と y 軸との交点，点Cは直線①と②との交点である。また，点Dは y 軸上にあり，y 座標は正である。原点をOとして，次の問いに答えよ。

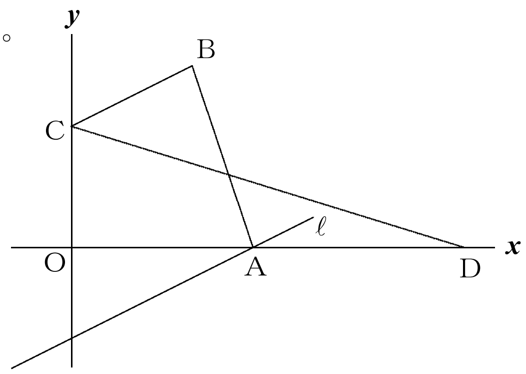
(ア) ２点A，B間の距離を求めよ。



(イ) OA＝ODのとき，
２点C，Dを通る直線 ℓ の式を求めよ。

(60) 右の図のように、４点Ｏ(0,0)，Ａ(6,0)，Ｂ(4,6)，Ｃ(0,4)を頂点とする四角形ＯＡＢＣがある。また、点Ｄは x 座標が６より大きい x 軸上の点である。このとき、次の問いに答えよ。

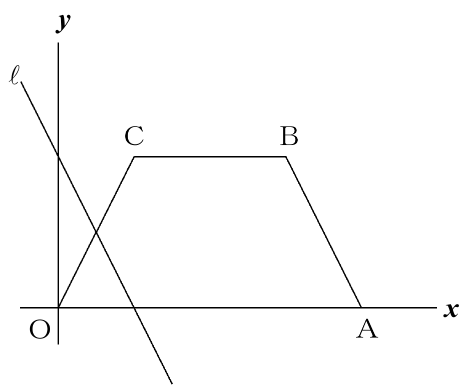
(ｱ) 点Ａを通り、ＢＣに平行な直線 ℓ の式を求めよ。



(ｲ) 四角形ＯＡＢＣの面積と三角形ＣＯＤの面積が等しいとき、点Ｄの座標を求めよ。

(59) 右の図のように、４点Ｏ(0,0)，Ａ(8,0)，Ｂ(6,4)，Ｃ(2,4)を頂点とする台形ＯＡＢＣがある。いま、ＡＢに平行な直線 ℓ の式を $y=-2x+a$ として、次の問いに答えよ。

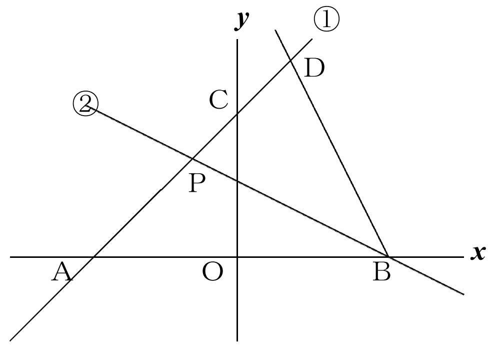
(ｱ) $a=2$ のとき、直線 ℓ とＯＡ，ＯＣの交点をそれぞれＤ，Ｅとする。△ＯＤＥの面積を求めよ。



(ｲ) 直線 ℓ が台形ＯＡＢＣの面積を二等分するとき、a の値を求めよ。

(58) 右の図は、直線 $y=x+5$ …①、$y=-\dfrac{1}{2}x+2$ …②のグラフであり、点Pは２直線①，②の交点である。①，②と x 軸との交点をそれぞれA，Bとし、①と y 軸との交点をCとする。原点をOとして、次の問いに答えよ。

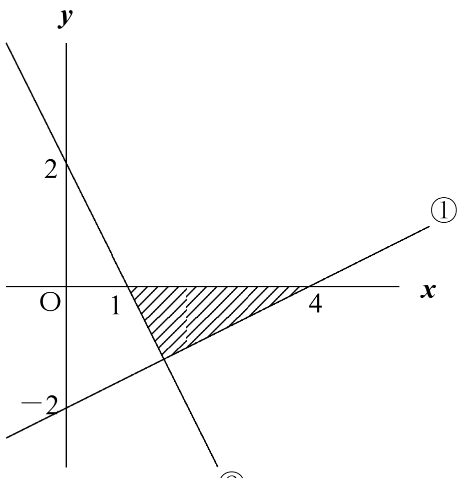
(ｱ) 点Pの座標を求めよ。



(ｲ) 図のように点Dを直線①上にとり、三角形AOCの面積と四角形OBDCの面積が等しくなるように点Dの x 座標を求めよ。

(57) 右の図において、直線①は x 軸、y 軸とそれぞれ $(4, 0)$, $(0, -2)$ で交わり、直線②は x 軸、y 軸とそれぞれ $(1, 0)$, $(0, 2)$ で交わっている。このとき、次の問いに答えよ。

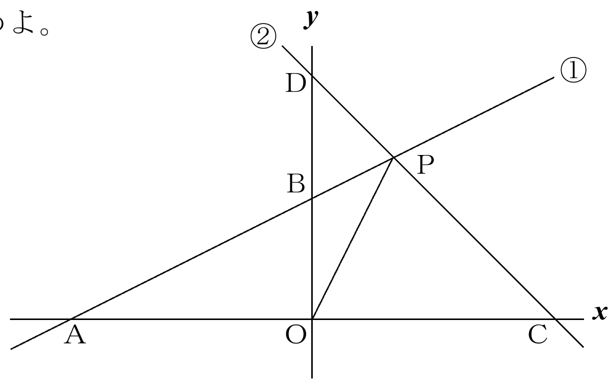
(ｱ) 直線①の方程式を求めよ。



(ｲ) ２つの直線①，②と x 軸によって囲まれた部分（右の図の斜線の部分）の面積を求めよ。

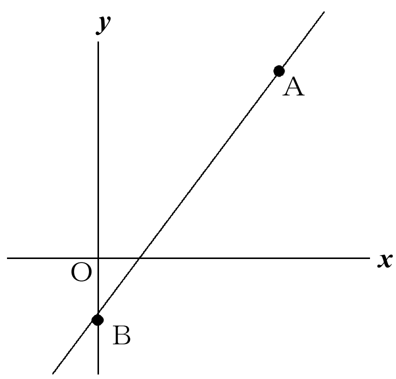
(56) 右の図は、直線 $y = ax + 4$ …①，$y = -x + 8$ …②のグラフであり、点Ｐは２直線①，②の交点である。①と x 軸，y 軸との交点をそれぞれＡ，Ｂとし、②と x 軸，y 軸との交点をそれぞれＣ，Ｄとする。原点をＯとして、次の問いに答えよ。

(ｱ) 点Ｐの x 座標が３であるとき，a の値を求めよ。



(ｲ) 線分ＯＰが△ＰＡＣの面積を２等分するとき，△ＰＤＢの面積を求めよ。

(49) 右の図において、２点Ａ，Ｂの座標をそれぞれ (3, 3)，(0, − 1) とするとき、次の問いに答えよ。



(ｱ) ２点ＡＢ間の距離を求めよ。

(ｲ) Ａを中心とし、ＡＢを半径とする円は x 軸と２点で交わる。この２点の x 座標を求めよ。

解答・解説

＜パターンⅠ＞

(ｱ)　$\boldsymbol{y}=3\boldsymbol{x}+5$に（2，$\boldsymbol{m}$）を代入して、$\boldsymbol{m}=3\times2+5$　　*Ans.*　$\boldsymbol{m}=11$

(ｲ)　$\boldsymbol{y}=-2\boldsymbol{x}+3$に$\boldsymbol{x}=2$を代入して、$\boldsymbol{y}=-2\times2+3$　　*Ans.*　(2, − 1)

(ｳ)　$\boldsymbol{y}=3\boldsymbol{x}-1$に（$\boldsymbol{n}$，11）を代入して、$11=3\boldsymbol{n}-1$　　*Ans.*　$\boldsymbol{n}=4$

(ｴ)　$\boldsymbol{y}=2\boldsymbol{x}-5$に$\boldsymbol{y}=3$を代入して、$3=2\boldsymbol{x}-5$，$\boldsymbol{x}=4$　　*Ans.*　(4, 3)

(ｵ)　$\boldsymbol{x}$軸は必ず$\boldsymbol{y}=0$なので代入して、$0=-\boldsymbol{x}+5$，$\boldsymbol{x}=5$　　*Ans.*　(5, 0)

(ｶ)　$\boldsymbol{y}$軸の交点は切片を見れば良いので　　*Ans.*　(0, 6)

＜パターンⅡ＞

(ｱ)　$3\boldsymbol{x}-2=-2\boldsymbol{x}+5$　　$5\boldsymbol{x}=7$　　$\boldsymbol{x}=\dfrac{7}{5}$　　$\left(\dfrac{7}{5},\ \dfrac{11}{5}\right)$

(ｲ)　共通な点は連立方程式で解きます。　置換法を使い　$x+5=-\dfrac{1}{2}x+2$

両辺×２で　$2\boldsymbol{x}+10=-\boldsymbol{x}+4$　　$\boldsymbol{x}=-2$

どちらかの式に$\boldsymbol{x}=-2$　を代入して　　$\boldsymbol{y}=-2+5$　　$\boldsymbol{y}=3$　　*Ans.*　(− 2，3)

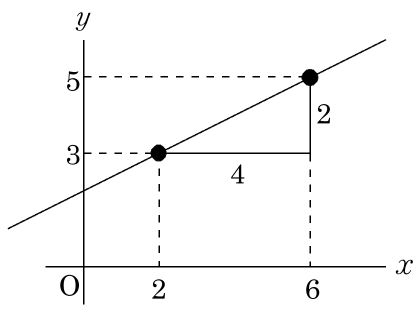
(ｳ)　$\boldsymbol{x}^2=2\boldsymbol{x}+8$　　$\boldsymbol{x}^2-2\boldsymbol{x}-8=0$　　$(\boldsymbol{x}-4)(\boldsymbol{x}+2)=0$　　$\boldsymbol{x}=4,\ -2$

＜パターンⅢ＞

(ｱ)　$y=2x+b$に(2, 7)を代入して、$7=4+b$　　$b=3$　　*Ans.* $y=2x+3$

(ｲ)　$y=-2x+6$

(ｳ)　$y=-2x+4$

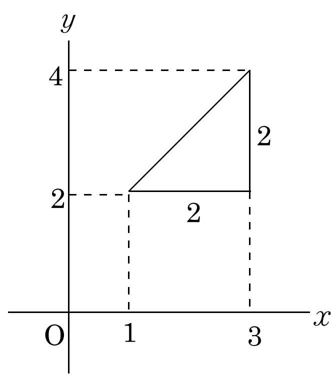


(ｴ)　$\dfrac{5-3}{6-2}=\dfrac{2}{4}$で４コイッテ２ナノデ 傾きは$\dfrac{1}{2}$となり

$y=\dfrac{1}{2}x+b$ に (2, 3)を代入して

$3=1+b$

$b=2$　　*Ans.*　$y=\dfrac{1}{2}x+2$



(ｵ)　$3-1=2$，$4-2=2$より

三平方の定理の　$1:1:\sqrt{2}$　より　$2\sqrt{2}$

(5) (ｱ)$\boldsymbol{y}=-2\boldsymbol{x}+2$

(ｲ) ＡＣの式　$\boldsymbol{y}=6\boldsymbol{x}+6$　Ｄ(2, 2)　ＥＤの式　$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}$

$6\boldsymbol{x}+6=\boldsymbol{x}$を解いて　$\left(-\dfrac{6}{5},\ -\dfrac{6}{5}\right)$

(3) (ｱ) 1：2より　Ｄ(1，0)　　$\boldsymbol{y}=-2\boldsymbol{x}+2$

(ｲ)OCの式　$y=\dfrac{2}{3}x$　AEの式　$\boldsymbol{y}=-2\boldsymbol{x}+6$　$\dfrac{2}{3}\boldsymbol{x}=-2\boldsymbol{x}+6$　を解き　$\left(\dfrac{9}{4},\ \dfrac{3}{2}\right)$

(2)(ｱ) $y=-\frac{4}{3}x+b$　に C(1，0)を代入　$y=-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}$

(ｲ) BD の式は $y=-2x+4$　　点 C の x 座標は 1 なので代入して $y=2$
点 F の座標は（1，2）

(1)(ｱ)点 B(0，4)と AB の傾きが $\frac{4}{3}$ より　A(－3，0)

平行四辺形なのでＡＯ＝ＢＣ＝３　したがって C(3, 4)

(ｲ)三平方の定理より　ＡＢ＝５＝ＡＤ　より　D (2, 0)

ＢＤの傾きは－２　切片は 4 より　$y=-2x+4$

(62)(ｱ)Ａ(－６，０)　$y=-2+6=4$　Ｂ(－２，４)　三平方の定理よりＡＢ＝$4\sqrt{2}$

(ｲ)ＢＣの式　$y=-2x$　$\frac{6}{5}x-8=-2x$　を解いてＣ$\left(\frac{5}{2},\ -5\right)$

(61)(ｱ)①の切片 2，傾き $\frac{1}{2}$ より　Ａ(－４，０)　②の切片－１よりＢ(０，－１)

△ＡＯＢで三平方の定理より　ＡＢ＝$\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$

(ｲ)ＯＡ＝ＯＤよりＤ(０，４)　点Ｃは①と②の交点なので　$2x-1=\frac{1}{2}x+2$　Ｃ(2, 3)

$y=-\frac{1}{2}x+4$

(60)(ｱ)Ｂ(４，６)，Ｃ(０，４)より　ＢＣの傾きは $\frac{1}{2}$　直線 ℓ はこれと平行なので傾きは同じ

$y=\frac{1}{2}x+b$ にＡ(6，0)を代入して $b=-3$　　$y=\frac{1}{2}x-3$

(ｲ)ＣＡ//ＢＤとなるように点Ｄをとると　四角形ＯＡＢＣの面積＝△ＣＯＤの面積となる

△ＡＢＣ＝△ＡＤＣなので　ＡＣの傾き＝ＢＤの傾き＝$-\frac{2}{3}$

ＡＣの式　$y=-\frac{2}{3}x+4$　ＢＤの式　$y=-\frac{2}{3}x+b$ にＢ(4, 6)を代入　$b=\frac{26}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x+\frac{26}{3}$ に $y=0$ を代入　$x=13$

(別解)四角形ＯＡＢＣの面積＝26

△ＣＯＤの面積　$4\times h\times\frac{1}{2}=2h=26$　　Ｄ(13, 0)

(59) (ｱ) D $(1, 0)$　，E $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$　　$1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(ｲ) 台形ＯＡＢＣ$= (4 + 8) \times 4 \times \frac{1}{2} = 24$

平行四辺形の面積＝底辺×高さ　$4\boldsymbol{x} = 12$　　$\boldsymbol{x} = 3$

$\boldsymbol{y} = -2\boldsymbol{x} + \boldsymbol{a}$ に $(3,\ 4)$ か $(5, 0)$ を代入して　　$\boldsymbol{a} = 10$

(58) (ｱ) $\boldsymbol{x} + 5 = -\frac{1}{2}\boldsymbol{x} + 2$ を解いて　　P $(-2,\ 3)$

(ｲ) △ＡＯＣ$= 5 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{25}{2}$　四角形ＯＢＤＣ＋△ＡＯＣ＝△ＡＢＤより

△ＡＢＤの面積$= 25$　　△ＡＢＤの面積はＤの $\boldsymbol{y}$ 座標を $\boldsymbol{h}$ とすると

$9 \times \boldsymbol{h} \times \frac{1}{2} = 25$　　$\boldsymbol{h} = \frac{50}{9}$　　これを $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} + 5$ に代入して　$\boldsymbol{x} = \frac{5}{9}$

(57) (ｱ) $\boldsymbol{y} = \frac{1}{2}\boldsymbol{x} - 2$

(ｲ) ②の式は $\boldsymbol{y} = -2\boldsymbol{x} + 2$　$\frac{1}{2}\boldsymbol{x} - 2 = -2\boldsymbol{x} + 2$ を解いて $\boldsymbol{x} = \frac{8}{5}$ 交点の座標は $\left(\frac{8}{5},\ -\frac{6}{5}\right)$

面積は　$3 \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{5}$

(56) (ｱ) $\frac{1}{3}$　P $(3, 5)$　$5 = 3\boldsymbol{a} + 4$　$\boldsymbol{a} = \frac{1}{3}$

(ｲ) $\frac{16}{3}$　C $(8, 0)$ より A $(-8, 0)$　$0 = -8\boldsymbol{a} + 4$　$\boldsymbol{a} = \frac{1}{2}$　①の式は $\boldsymbol{y} = \frac{1}{2}\boldsymbol{x} + 4$

$\frac{1}{2}\boldsymbol{x} + 4 = -\boldsymbol{x} + 8$　を解いて　$\boldsymbol{x} = \frac{8}{3}$　　　$4 \times \frac{8}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{16}{3}$